

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МОРЕХІДНЕ УЧИЛИЩЕ ІМ.О.І.МАРИНЕСКА НУ «ОМА»



Розглянуто цикловою комісією
Протокол № 8 від 05.04.2018 р.
Голова ЦК *Г.О.Медведєва* Г.О.Медведєва

ПРОГРАМА
СПІВБЕСІДИ З МАТЕМАТИКИ
На основі повної загальної середньої освіти (11 класів)

Одеса-2018

Пояснювальна записка

Мета проведення співбесіди з математики – оцінити ступінь підготовленості вступників з математики з метою конкурсного відбору для навчання у Морехідному училищі ім.о.і.Маринеска ну «ОМА».

Завдання співбесіди з математики полягають у тому, щоб оцінити знання та вміння вступників.

Програма співбесіди з математики охоплює всі розділи шкільної програми.

У запропонованій програмі стисло наведено зміст розділів шкільної програми, де вказано основний понятійний апарат, яким повинен володіти випускник. Також наводиться перелік основних питань, які виносяться на співбесіду. Цей перелік дасть можливість абітурієнту систематизувати свої знання та допоможе зорієнтуватися, на які питання треба звернути увагу при підготовці до співбесіди з математики.

Вимоги до підготовки вступників з математики

Основними вимогами до підготовки вступників з математики є:

- формування математичних знань як невід’ємної складової загальної культури людини, необхідної умови її повноцінного життя в сучасному суспільстві на основі ознайомлення школярів з ідеями і методами математики як універсальної мови науки і техніки, ефективного засобу моделювання і дослідження процесів і явищ навколишньої дійсності;
- інтелектуальний розвиток абітурієнтів, розвиток їхнього логічного та абстрактного мислення, пам’яті, уваги, інтуїції, умінь аналізувати, класифікувати, узагальнювати, робити умовиводи за аналогією, діставати наслідки з даних передумов шляхом несуперечливих міркувань тощо;
- опанування абітурієнтами системи математичних знань і вмінь, необхідних для вступу до вищих навчальних закладів на базі повної загальної середньої освіти.

Абітурієнти повинні знати:

- способи задання елементарних функцій, їх властивості; геометричні перетворення для побудови графіків функцій;
- формули тригонометричних функцій та наслідки з них; значення відомих кутів тригонометричних функцій;
- алгоритми розв’язування показникових, логарифмічних рівнянь і нерівностей;
- означення похідної та правила диференціювання простих і складних функцій; алгоритм дослідження функцій та побудови їх графіків за допомогою похідної;
- інтеграли елементарних функцій; правила обчислення неозначених та означених інтегралів;
- формули для обчислення об’ємів і площ поверхонь, зазначених у програмі, многогранників та тіл обертання.

Абітурієнти повинні вміти:

- будувати математичні моделі реальних об’єктів, процесів і явищ та

- досліджувати ці моделі засобами математики;
- виконувати математичні розрахунки (виконувати дії з числами, поданими в різних формах, складати та розв'язувати задачі на пропорції, наближені обчислення тощо);
 - виконувати відсоткові розрахунки; розв'язувати три основні задачі на відсотки.
 - виконувати перетворення виразів (розуміти змістове значення кожного елемента виразу, знаходити допустимі значення змінних, знаходити числові значення виразів при заданих значеннях змінних тощо);
 - будувати й аналізувати графіки найпростіших функціональних залежностей, досліджувати їхні властивості;
 - розв'язувати рівняння, нерівності та їх системи першого і другого степенів і ті, що зводяться до них, а також розв'язувати текстові задачі за допомогою рівнянь, нерівностей та їхніх систем
 - спрощувати тригонометричні вирази, розв'язувати найпростіші тригонометричні рівняння та нерівності;
 - виконувати перетворення виразів, які містять степені та логарифми; розв'язувати показникові та логарифмічні рівняння і нерівності та системи рівнянь та нерівностей;
 - знаходити на рисунках геометричні фігури та встановлювати їхні властивості;
 - знаходити кількісні характеристики геометричних фігур (довжини, величини кутів, площі, об'єми): прямої призми, піраміди, конуса, кулі, циліндра у тому числі прикладного змісту;
 - розв'язувати найпростіші комбінаторні задачі та обчислювати ймовірності випадкових подій;
 - аналізувати інформацію, що подана в графічній, табличній, текстовій та інших формах.

Розділи дисциплін, що виносяться на співбесіду та їх короткий зміст

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Числа і вирази. Дійсні числа (натуральні, цілі, раціональні та ірраціональні), їх порівняння та дії з ними. Числові множини та співвідношення між ними. Відношення та пропорції. Відсотки. Основні задачі на відсотки. Раціональні, ірраціональні, степеневі, показникові, логарифмічні, тригонометричні вирази та їхні перетворення.

Рівняння, нерівності та їх системи. Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння, нерівності та їх системи. Застосування рівнянь, нерівностей та їх систем до розв'язування текстових задач.

Функції. Лінійні, квадратичні, степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні функції, їх основні властивості. Числові послідовності. Похідна функції, її геометричний та фізичний зміст. Похідні елементарних функцій. Правила диференціювання. Дослідження функції за допомогою похідної.

Побудова графіків функцій. Первісна та визначений інтеграл. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ криволінійних трапецій. Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики. Перестановки (без повторень). Комбінаторні правила суми та добутку. Ймовірність випадкової події. Вибіркові характеристики.

ГЕОМЕТРІЯ

Планіметрія. Найпростіші геометричні фігури на площині та їх властивості. Коло та круг, Трикутники. Чотирикутник. Многокутники. Геометричні величини та їх вимірювання. Координати та вектори на площині. Геометричні перетворення
Стереометрія. Прямі та площини у просторі. Многогранники, тіла і поверхні обертання. Координати та вектори у просторі.

Орієнтовний перелік теоретичних питань, які виносяться на співбесіду.

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Розділ: ЧИСЛА І ВИРАЗИ

1. Властивості дій з дійсними числами. Правила порівняння дійсних чисел.
2. Ознаки подільності натуральних чисел на 2, 3, 5, 9, 10.
3. Правила округлення цілих чисел і десяткових дробів;
4. Означення кореня n -го степеня та арифметичного кореня n -го степеня. Властивості коренів.
5. Означення степеня з натуральним, цілим та раціональним показниками, їхні властивості.
6. Числові проміжки.
7. Модуль дійсного числа та його властивості
8. Відношення, пропорції. Основна властивість пропорції.
9. Означення відсотка. Правила виконання відсоткових розрахунків - знаходити відношення чисел у вигляді відсотка, відсоток від числа, число за значенням його відсотка.
10. Означення області допустимих значень змінних виразу зі змінними.
11. Означення тотожно рівних виразів, тотожного перетворення виразу, тотожності.
12. Означення одночлена та многочлена. Правила додавання, віднімання і множення одночленів та многочленів.
13. Формули скороченого множення.
14. Розклад многочлена на множники.
15. Означення алгебраїчного дробу. Правила виконання дій з алгебраїчними дробами.
16. Означення та властивості логарифма, десятковий і натуральний логарифми.
17. Основна логарифмічна тотожність.

18. Означення синуса, косинуса, тангенса, котангенса числового аргументу. Основна тригонометрична тотожність та наслідки з неї.
19. Формули зведення.
20. Формули додавання та наслідки з них.

Розділ: РІВНЯННЯ, НЕРІВНОСТІ ТА ЇХ СИСТЕМИ

1. Рівняння з однією змінною, означення кореня (розв'язку) рівняння з однією змінною.
2. Нерівність з однією змінною, означення розв'язку нерівності з однією змінною.
3. Означення розв'язку системи рівнянь з двома змінними та методи їх розв'язань;
4. Рівносильні рівняння, нерівності та їх системи;
5. Методи розв'язування раціональних, ірраціональних, показникових, логарифмічних, тригонометричних рівнянь.

Розділ: ФУНКЦІЇ

1. Означення функції, область визначення, область значень функції, графік функції.
2. Способи задання функцій, основні властивості та графіки функцій, указаних у назві теми.
3. Означення функції, оберненої до заданої.
4. Означення арифметичної та геометричної прогресій.
5. Формули n -го члена арифметичної та геометричної прогресій.
6. Формули суми n перших членів арифметичної та геометричної прогресій.
7. Формула суми нескінченної геометричної прогресії зі знаменником $|q| > 1$.
8. Рівняння дотичної до графіка функції в точці.
9. Означення похідної функції в точці. Фізичний та геометричний зміст похідної.
10. Таблиця похідних елементарних функцій.
11. Правила знаходження похідної суми, добутку, частки двох функцій.
12. Правило знаходження похідної складеної функції.
13. Достатня умова зростання (спадання) функції на проміжку.
14. Екстремуми функції.
15. Означення найбільшого і найменшого значень функції
16. Означення первісної функції, визначеного інтеграла, криволінійної трапеції.
17. Таблиця первісних функцій.
18. Правила знаходження первісних.
19. Формула Ньютона – Лейбніцаю.

Розділ: ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ, ПОЧАТКИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА ЕЛЕМЕНТИ СТАТИСТИКИ

1. Означення перестановки (без повторень).
2. Комбінаторні правила суми та добутку.
3. Класичне означення ймовірності події, найпростіші випадки підрахунку

ймовірностей подій.

4. Означення вибірових характеристик рядів даних (розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення).

5. Графічна, таблицна, текстова та інші форми подання статистичної Інформації.

ГЕОМЕТРІЯ

Розділ: ПЛАНІМЕТРІЯ

1. Поняття точки і прямої, променя, відрізка, ламаної, кута.
2. Аксиоми планіметрії.
3. Суміжні та вертикальні кути, бісектриса кута.
4. Властивості суміжних та вертикальних кутів.
5. Властивості бісектриси кута.
6. Паралельні та перпендикулярні прямі.
7. Перпендикуляр і похила, серединний перпендикуляр, відстань від точки до прямої.
8. Ознаки паралельності прямих.
9. Теорема Фалеса, узагальнена теорема Фалеса.
10. Коло, круг та їх елементи.
11. Центральні, вписані кути та їх властивості.
12. Властивості двох хорд, що перетинаються.
13. Дотичні до кола та її властивості
14. Види трикутників та їх основні властивості.
15. Ознаки рівності трикутників.
16. Медіана, бісектриса, висота трикутника та їх властивості.
17. Теорема про суму кутів трикутника.
18. Нерівність трикутника.
19. Середня лінія трикутника та її властивості.
20. Коло, описане навколо трикутника, і коло, вписане в трикутник.
21. Теорема Піфагора, пропорційні відрізки прямокутного трикутника.
22. Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника.
23. Теорема синусів.
24. Теорема косинусів
25. Чотирикутник та його елементи.
26. Паралелограм та його властивості.
27. Ознаки паралелограма.
28. Прямокутник, ромб, квадрат, трапеція та їх властивості.
29. Середня лінія трапеції та її властивість.
30. Вписані в коло та описані навколо кола чотирикутники
31. Многокутник та його елементи, опуклий многокутник.
32. Периметр многокутника.
33. Сума кутів опуклого многокутника.
34. Правильний многокутник та його властивості.
35. Вписані в коло та описані навколо кола многокутники
36. Довжина відрізка, кола та його дуги.

37. Величина кута, вимірювання кутів.
38. Периметр багатокутника.
39. Формули для обчислення площі трикутника, паралелограма, ромба, квадрата, трапеції, правильного багатокутника, круга, кругового сектора.
40. Прямокутна система координат на площині, координати точки.
41. Формула для обчислення відстані між двома точками та формула для обчислення координат середини відрізка.
42. Рівняння прямої та кола.
43. Поняття вектора, довжина вектора, колінеарні вектори, рівні вектори, координати вектора.
44. Додавання, віднімання векторів, множення вектора на число.
45. Розклад вектора за двома неколінеарними векторами.
46. Скалярний добуток векторів та його властивості.
47. Формула для знаходження кута між векторами, що задані координатами.
48. Умови колінеарності та перпендикулярності векторів, що задані координатами
49. Основні види та зміст геометричних перетворень на площині (рух, симетрія відносно точки і відносно прямої, поворот, паралельне перенесення, перетворення подібності, гомотетія).
50. Ознаки подібності трикутників.
51. Відношення площ подібних фігур.

Розділ: СТЕРЕОМЕТРІЯ

1. Аксиоми і теореми стереометрії.
2. Взаємне розміщення прямих у просторі, прямої та площини у просторі, площин у просторі.
3. Ознаки паралельності прямих, прямої і площини, площин.
4. Паралельне проектування;
5. Ознаки перпендикулярності прямої і площини, двох площин.
6. Проекція похилої на площину, ортогональна проекція.
7. Пряма та обернена теореми про три перпендикуляри.
8. Відстань від точки до площини, від точки до прямої, від прямої до паралельної їй площини, між паралельними прямими, між паралельними площинами.
9. Ознака мимобіжності прямих.
10. Кут між прямими, прямою та площиною, площинами
11. Двогранний кут, лінійний кут двогранного кута.
12. Многогранники та їх елементи, основні види многогранників: призма, паралелепіпед, піраміда, зрізана піраміда.
13. Тіла і поверхні обертання та їх елементи, основні види тіл і поверхонь обертання: циліндр, конус, зрізаний конус, куля, сфера.
14. Перерізи многогранників та тіл обертання площиною;
15. Комбінації геометричних тіл;
16. Формули для обчислення площ поверхонь, об'ємів многогранників і тіл обертання
17. Прямокутна система координат у просторі, координати точки;

18. Формула для обчислення відстані між двома точками та формула для обчислення координат середини відрізка.
19. Поняття вектора, довжина вектора, колінеарні вектори, рівні вектори, координати вектора.
20. Додавання, віднімання векторів, множення вектора на число;
21. Скалярний добуток векторів та його властивості.
22. Формула для знаходження кута між векторами, що задані координатами.
23. Умови колінеарності та перпендикулярності векторів, що задані координатами.

Структура, зміст та форма проведення співбесіди.

Структура програми співбесіди охоплює весь зміст курсу математики.

Випробування відбувається у формі співбесіди на основі питань, затверджених головою приймальної комісії. Час на підготовку — 45 хв.

Критерії оцінювання навчальних досягнень абітурієнтів

Оцінювання якості математичної підготовки вступників з математики здійснюється в двох аспектах: рівень оволодіння теоретичними знаннями та якість практичних умінь і навичок, здатність застосовувати вивчений матеріал під час розв'язування задач і вправ.

Оцінювання відповіді проводиться за шкалою від 100 до 200 балів. Розподіл балів наведено у таблиці.

Критерії оцінювання навчальних досягнень абітурієнтів

Кількість балів	Критерії оцінювання
<u>200-190</u>	Абітурієнт: <ul style="list-style-type: none">• показав повне знання фактичного матеріалу;• вільно володіє понятійним і термінологічним апаратом;• повністю і строго довів всі твердження питань білету;• показав вміння безпомилково і раціонально розв'язувати запропоновані задачі.• опрацював основну і додаткову літературу
<u>189-175</u>	Абітурієнт: <ul style="list-style-type: none">• показав повне знання фактичного матеріалу, але з деякими неточностями;• повністю довів всі твердження питань білету, але з незначними помилками;• в цілому володіє понятійним і термінологічним апаратом;• показав вміння розв'язувати навчальні задачі, але допустив технічні помилки при розв'язуванні.• опрацював основну і додаткову літературу.
<u>174-161</u>	Абітурієнт: <ul style="list-style-type: none">• самостійно відтворює навчальний матеріал;• відповідає на поставлені запитання, допускаючи у відповідях неточності;• виправляє допущені помилки;• розв'язує типові математичні задачі;• робить неповні та нечітко сформульовані висновки;• опрацював основну літературу.
<u>160-141</u>	Абітурієнт: <ul style="list-style-type: none">• самостійно, але неповно відтворює навчальний матеріал;• частково дотримується логіки його викладу;• відповідає на окремі запитання;

	<ul style="list-style-type: none"> • у цілому правильно вживає математичні терміни; • допускає помилки у відповідях та термінології; • розв'язує елементарні математичні задачі; • ознайомлений з основною літературою, знає частину програмного теоретичного матеріалу, але не може застосувати його на практиці
<u>140-124</u>	<p>Абітурієнт:</p> <ul style="list-style-type: none"> • показав неповне знання фактичного матеріалу; • показав слабе володіння базовою термінологією; • вміє пояснити способи розв'язування навчальних задач лише зі сторонньою допомогою.
<u>123-100</u>	<p>Абітурієнт:</p> <ul style="list-style-type: none"> • не володіє основними знаннями і вміннями відповідно до вимог даного випробування. • має уяву щодо змісту фактичного матеріалу, але відповідь не наповнюється реальним змістом; • не володіє понятійним і термінологічним апаратом; • не може пояснити способи розв'язування навчальних задач навіть зі сторонньою допомогою.

Вважається, що абітурієнт пройшов співбесіду, якщо він набрав більше 140 балів.

Типові завдання першого рівня

1. Скільки кілограмів солі міститься в 30 кг 5-відсоткового розчину?
2. Ціна товару становила 160 грн. Через деякий час вона знизилась на 4 грн. На скільки відсотків змінилась початкова ціна?
3. Руда містить 8% міді. Скільки тонн міді міститься в 250 т руди?
4. Колесо робить 52 оберти за кожні 4хв. Скільки обертів воно зробить за добу?
5. Як зміниться добуток, якщо один із співмножників збільшити в 10 разів, а другий зменшити в 2 рази?
6. Скільки обертів зробить секундна стрілка за 2 години?
7. Обчислити $1200 + 420 : 20 - 15$.
8. Сума двох чисел дорівнює 987, а їх різниця дорівнює 333. Знайти ці числа.
9. Мандрівник проїхав конем деяку відстань за 12 год. За скільки годин автомобіль проїде віддаль у 10 разів більшу, якщо швидкість автомобіля у 4 рази більша від швидкості коня?
10. На одній фабриці робітників у 4 рази більше, ніж на другій. Скільки робітників на першій фабриці, якщо на другій 719 чоловік?
11. Знайти невідому з рівняння: $x + (114 - 25) = 729$.
12. Знайти невідому з рівняння: $((6x - 72) : 2 - 81) \cdot 28 = 5628$.
13. Одне число більше за друге на 113, а їх сума дорівнює 337. Знайти ці числа.
14. Картина з рамкою коштує 1980грн., причому картина у 10 разів дорожча за рамку. Кільки коштує картина і скільки коштує рамка?
15. Коник завдовжки 5см робить стрибок у 75 разів більший за свою довжину. Як далеко стрибає коник?
16. Довжина прямокутного поля $2,5$ км, а ширина дорівнює $0,4$ його довжини. Знайти площу поля (в гектарах).
17. Яка вартість верстата після 3 років його роботи, якщо початкова вартість була 12000грн, а за амортизацію (спрацювання) списується щороку 8% початкової вартості.
18. Знайти число, якщо $\frac{1}{2}$ його дорівнює $\frac{2}{5}$.
19. Знайти x з рівняння $\frac{5}{9} \cdot x = 1 \frac{7}{18}$.
20. На випікання хліба витрачено 224кг борошна. Скільки вийде хліба, якщо вага борошна становить 0,7 ваги хліба?
21. Тракторист виорав 0,8 площі відведеної йому ділянки за 1год 36хв. Через скільки годин він зоре решту ділянки?
22. Однією й тією самою кількістю сіна можна прогодувати одну корову 60 днів, одного коня 36 днів. Скільки днів можна прогодувати цим сіном корову і коня разом при тій самій денній нормі?
23. Довжина мосту 25м, а ширина 8м. Скільки потрібно дощок для настилання мосту, коли довжина дошки 4м, а ширина 0,25м?

24. Виконати дії $2:\frac{3}{5}+\frac{3}{5}:2+1\frac{1}{2}:6+6:1\frac{1}{2}$.
25. Виконати дії $(3\frac{1}{2}-2\frac{2}{3}+5\frac{5}{6}+4\frac{3}{5})\cdot 24$.
26. Врожай картоплі при квадратно-гніздовій посадці становить у середньому 150ц з 1га , а при звичайній посадці $\frac{3}{5}$ цієї кількості. На скільки більше можна зібрати картоплі з площі 15га , якщо сажати картоплю квадратно-гніздовим способом?
27. При розмелюванні пшениці отримали: борошна $0,8$ всієї кількості пшениці, манних крупів – у 40 разів менше, ніж борошна, а решта – висівки. Скільки борошна, манних крупів і висівок окремо отримали при розмелюванні 3т пшениці?
28. Квартира складається із трьох кімнат. Площа першої кімнати $24\frac{3}{8}$ кв. м і становить $\frac{13}{36}$ усієї площі квартири. Площа другої кімнати на $8\frac{1}{8}$ кв. м більша, ніж площа третьої. Яка площа другої кімнати?
29. Гвинт при чотирьох обертах просунувся на глибину $9,6$ мм. За скільки обертів він просунеться на глибину $21,6$ мм?
30. Буряки при переробці їх на цукор втрачають 85% своєї початкової ваги. Скільки треба буряків, щоб мати 360 кг цукру?
31. Знайдіть суміжні кути, якщо один з них на 30° більший від другого.
32. Знайдіть суміжні кути, якщо їх різниця дорівнює 40° .
33. Знайдіть суміжність кути, якщо один з них у три рази менший за другий.
34. Обчисліть: $4\sin 30^\circ - 3\cos 60^\circ$.
35. Обчисліть: $6\sin 60^\circ + 3\text{tg} 30^\circ$.
36. Обчислити: $\sin 45^\circ \cos 45^\circ + \text{tg} 45^\circ \text{ctg} 45^\circ$.
37. Для $f(x) = \frac{1}{3}\sin x$ знайти $f'(\frac{\pi}{2})$.
38. Для функції $f(x) = 4\cos x$ знайти $f'(\frac{\pi}{4})$.
39. Для функції $f(x) = \sin 3x$ знайти $f'(\frac{\pi}{3})$.
40. Яка ймовірність випадання більше чотирьох очок при одному підкиданні гральної кісточки?

Типові завдання другого рівня

1. У посудині $10,5\text{л}$ 40% розчину сірчаної кислоти. Скільки треба влити в посудину 75% розчину тієї самої кислоти, що вийшов розчин 50% ?

2. 36% заготовленого фермером сіна склали в стіжок, а решту сіна поділили на дві частини у відношенні $0,3:\frac{1}{2}$ і склали в два сараї. Скільки було заготовлено всього сіна, якщо в першому сараї сіна на $1,5t$ менше ніж у стіжку?

3. Тільки що видобуте кам'яне вугілля містить 2% води. Через деякий час воно набирає ще деяку кількість води і містить її 15%. На скільки збільшиться при цьому вага $13\frac{3}{5}$ ц тільки що видобутого кам'яного вугілля?

4. Розв'язати рівняння $4 + \frac{x^2 + x - 5}{x} + \frac{3x}{x^2 + x - 5} = 0$.

5. Розв'язати рівняння $(x+3)^3 - (x+1)^3 = 56$.

6. Розв'язати рівняння $\sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6$.

7. Розв'язати систему:
$$\begin{cases} \frac{2}{2x-y} + \frac{3}{x-2y} = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{2x-y} - \frac{1}{x-2y} = \frac{1}{18} \end{cases}$$

8. Розв'язати систему:
$$\begin{cases} \frac{2}{3x-y} - \frac{5}{x-3y} = 3 \\ \frac{1}{3x-y} + \frac{2}{x-3y} = \frac{3}{5} \end{cases}$$

9. Знайти цілі розв'язки:
$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} + x = -1 \\ \frac{x}{x+y} = -2 \end{cases}$$

10. Двоє робітників працюючи разом, виконали завдання за 12 год. За скільки годин може виконати завдання кожен робітник, працюючи окремо, якщо один із них може це зробити на 7 год. швидше за другого?

11. Дві бригади, працюючи разом, зорали поле за 8 год. За скільки годин може зорати поле кожна бригада працюючи самостійно, якщо другій на це потрібно на 12 годин більше, ніж першій?

12. Один тракторист працював на оранці поля 9 год., після чого до нього приєднався другий. Після 7 годин спільної роботи вони закінчили оранку. За скільки годин міг би зорати поле кожний тракторист окремо, якщо першому на це потрібно на 3 години більше, ніж другому?

13. При яких значеннях параметра a розв'язком рівняння $|x+3| + |x-1| = a$ є відрізок, довжина якого дорівнює 4?

14. При якому значенні параметра a сума коренів рівняння $x^2 - (a^2 + a)x + 3a = 0$ дорівнює 2?

15. При якому значенні параметра a добуток коренів рівняння $x^2 + (a-3)x + a^2 + 2a = 0$ дорівнює 8?

16. Розв'язати нерівність: $4(x-1) < \sqrt{(x+5)(3x+4)}$.

17. Розв'язати нерівність: $\sqrt{5x^2 + 61x} < 4\left(x + \frac{1}{2}\right)$.

18. Розв'язати нерівність: $2(2x-5) < \sqrt{\left(x + \frac{7}{2}\right)\left(3x - \frac{1}{2}\right)}$.

19. Обчислити площу фігури, яка обмежена віссю абсцис і параболою:

$y = -2(x-3)^2 + 2$.

20. Обчислити площу фігури, яка обмежена графіками функцій $y = \frac{5}{x}$; $y = 6 - x$.

21. Знайти площу фігури, обмежену графіками $y = -\sqrt{x}$ і $y = \frac{x}{x-2}$.

22. При якому значенні a многочлен $x^3 = 6x^2 + ax + 5$ ділиться без остачі на $x^2 + x + 1$?

23. При яких значеннях a і b многочлен $x^4 - x^3 - 9x^2 + ax - 10$ ділиться без остачі на $x^2 + 2x + b$?

24. При яких значеннях a і b многочлен $x^4 - 2x^3 + ax^2 - 3x + b$ ділиться без остачі на $x^2 - 3x + 3$.

25. Розклад одного дня має 5 уроків. Скількома способами можна його скласти при виборі з 11 предметів?

26. Комісія складається з голови, замісника і ще п'яти чоловік. Скількома способами комісія може розподілити між собою обов'язки?

27. Скількома способами можна вибрати трьох чергових з 20 чоловік?

28. Обчислити: $\int_0^{\pi/12} (1 + \cos 2x) dx$.

29. Обчислити: $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \left(\cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \right) dx$.

30. Обчислити: $\int_0^{\pi/2} \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx$.

31. Катети прямокутного трикутника дорівнюють 6 і 8 см. Знайти відстань від центра вписаного у трикутник кола до центра описаного навколо трикутника кола.

32. У ромб із гострим кутом 30° вписано круг площею π см². Знайти площу ромба.

33. Різниця основ трапеції дорівнює 14 см, а дві її непаралельні сторони 13 і 15 см. Відомо, що у трапецію можна вписати коло. Знайти її площу.
34. Знайти сторони рівнобедреного трикутника з гострим кутом при основі 30° , у який вписано коло радіусом 3 см.
35. Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 10 см, а його площа 24 см^2 . Знайти радіус кола, вписаного у цей трикутник.
36. У рівнобедрену трапецію вписано коло радіусом 5 см. Знайти площу трапеції, якщо відстань між точками дотику кола з бічними сторонами дорівнює 8 см.
37. Бісектриса прямого кута ділить гіпотенузу на відрізки 1 і 2 см. Знайти цю бісектрису.
38. У трикутнику медіана, проведена до сторони, утворює з нею кут 120° . Дві інші сторони дорівнюють 14 і $2\sqrt{19}$ см. Знайдіть сторону трикутника.
39. Медіани трикутника відповідно дорівнюють 18, 24 і 30 см. Знайти площу цього трикутника.
40. Визначити площу прямокутного трикутника, якщо його висота ділить гіпотенузу на відрізки 32 і 18 см.

Типові завдання третього рівня

1. Знайти розв'язки рівняння $1 - 5\sin x + 2\cos^2 x = 0$, які задовольняють умову $\cos x \geq 0$.
2. Знайти розв'язки рівняння $2\cos 2x - 4\cos x = 1$, що задовольняють умову $\sin x \geq 0$.

3. Знайти всі цілі корені рівняння $\cos\left(\frac{\pi}{8}(3x - \sqrt{9x^2 + 160x + 800})\right) = 1$

4. Розв'язати нерівність: $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(x+1) + \log_{\sqrt{3}}(5-x) < 1$

5. Розв'язати нерівність $\log_x(x^3 + 1) \cdot \log_{x+1} x > 2$.

6. Розв'язати нерівність: $\log_x^2 \sqrt{5} - \log_x 5\sqrt{5} + \frac{5}{4} < 0$.

7. Розв'язати рівняння: $2^{2x+1} = 2^{x+2} + \sqrt{1 - 2^{x+2} + 2^{2(x+1)}}$.

8. Розв'язати рівняння: $2^{x^2+4} = 2^{2(x^2+1)} + \sqrt{2^{2(x^2+2)} - 2^{x^2+3} + 1}$.

9. Розв'язати рівняння: $16 \cdot 3^{x^2} = 4 + 3^{x^2} \cdot \sqrt{16 - 8 \cdot 3^{x^2} + 3^{2x^2}}$.

10. Розв'язати рівняння: $\frac{A_{x+2}^{n+2} \cdot P_{x-n}}{P_x} = 110$.

11. Розв'язати: $C_{x+1}^5 = \frac{3}{8} A_x^3$.

12. Розв'язати: $C_{x+8}^{x+3} = 5 A_{x+6}^3$.

13. Розв'язати систему:
$$\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = \frac{1}{9} \\ y - x = 2 \end{cases}$$
14. Розв'язати систему:
$$\begin{cases} \frac{2^y}{5^x} = 200 \\ x + y = 1 \end{cases}$$
15. Розв'язати систему:
$$\begin{cases} 7^{x+1} \cdot 2^y = 4 \\ y - x = 3 \end{cases}$$
16. Розв'язати рівняння: $\operatorname{arctg}(1 + \sin x) = \operatorname{arcctg}(1 - \sin x)$.
17. Розв'язати рівняння: $\operatorname{arctgx} + \operatorname{arcctg}3x = \frac{\pi}{2}$.
18. Розв'язати рівняння: $2x - \operatorname{arcctg}(tgx) = 0$.
19. Розв'язати рівняння: $(\operatorname{arctgx})(\operatorname{arcctgx}) = \frac{\pi^2}{16}$.
20. Розв'язати рівняння: $(\operatorname{arcsin} x)(\operatorname{arccos} x) = \frac{\pi^2}{18}$.
21. Розв'язати рівняння: $\frac{2}{3} - \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) - \frac{1}{3}\cos^2\frac{x}{2} = -\frac{1}{2}\operatorname{cosec}x$.
22. Розв'язати рівняння: $\log_{\sin x}\left(\sin x - \frac{1}{4}\cos x\right) = 3$.
23. Розв'язати рівняння: $\operatorname{arcsin}(\lg x^2) + \operatorname{arcsin}(\lg x) = \frac{\pi}{3}$.
24. Розв'язати рівняння: $\lg(\operatorname{arctgx}) + \lg(\operatorname{arcctgx}) = a$.
25. При яких значеннях a рівняння $2(tg^2x + ctg^2x + 2) + a^2 = 3a(tgx + ctgx)$ має розв'язки? Знайти ці розв'язки.
26. При яких значеннях a рівняння $tg^2x + ctg^2x + 2 + 3a^2 = 4a(tgx + ctgx)$ має розв'язки? Знайти ці розв'язки.
27. При яких значеннях a рівняння $\cos^2 2x + 3a^2 = 4a(\cos^4 x - \sin^4 x)$ має розв'язки? Знайти ці розв'язки.
28. Знайти всі значення параметра b , при кожному з яких рівняння $|(b+1)x - 2| = (1+b)x^2 - 2bx + 2$ має один лише корінь.
29. Знайти всі значення параметра a , при кожному з яких рівняння $|1 - ax| = 1 + (1 - 2a)x + ax^2$ має лише один корінь.

30. Знайти всі значення параметра a з проміжку $(-\infty; -4]$, при кожному з яких менший із коренів рівняння $x^2 + ax - 3x - 2a - 2 = 0$ приймає найменше значення.

31. Розв'язати рівняння:

$$1) |x^2 - 4| + x^2 = 4.$$

32. При яких значеннях a рівняння мають спільний корінь:

$$(1 - 2a)x^2 - 6ax - 1 = 0 \text{ і } ax^2 - x + 1 = 0.$$

33. Розв'язати рівняння

$$\sqrt{x + 6 - 4\sqrt{x + 2}} + \sqrt{11 + x - 6\sqrt{x + 2}} = 1.$$

34. Розв'язати рівняння

$$\sqrt{x} + \sqrt{x - \sqrt{1 - x}} = 1.$$

35. Розв'язати рівняння $(\sin x)^{-\sin x} - 1 = \operatorname{ctg}^2 x$.

36. Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 1, \\ x^2 y + 2xy^2 + y^3 = 2. \end{cases}$$

37. Розв'язати систему рівнянь

$$\begin{cases} 3^x \cdot 5^y = 75, \\ 3^y \cdot 5^x = 45. \end{cases}$$

38. При яких a система рівнянь має лише один розв'язок?

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = z, \\ x + y + z = a. \end{cases}$$

Знайти його.

39. Обчислити площу фігури, обмеженої графіком функції $y = x^2 - x + 2$ і дотичною, проведеною до кривої $y = 3 + \ln x$ в точці з абсцисою $x = 1$.

40. В ромб, діагональ якого поділяє його на два рівносторонні трикутники, вписано коло радіусом 1. Знайти сторону ромба.

Перелік рекомендованої навчальної літератури

Підручники та навчальні посібники з математики, рекомендовані Міністерством освіти.

1. Апостолова Г.В. Геометрія (академічний, профільний рівень), 11 клас, Генеза, 2011
2. Апостолова Г.В. Геометрія (підручник) 7 клас, Генеза, 2008
3. Апостолова Г. В. Геометрія 8: дворівн. підруч. для загальноосвіт. навч. закл. - К. : Генеза, 2008. - 272 с.
4. Апостолова Г. В. Геометрія 9: дворівн. підруч. для загальноосвіт. навч. закл. - К. : Генеза, 2009. - 304 с. : іл.
5. Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Математика (рівень стандарту) (підручник), 10 клас, Навчальна книга- Богдан, 2010
6. Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Математика (рівень стандарту) (підручник), 11 клас, Навчальна книга- Богдан, 2011
7. Бевз В.Г., Бевз Г.П. Математика (рівень стандарту) (підручник), 10 клас, Генеза, 2010
8. Бевз В.Г., Бевз Г.П., Владімірова Н.Г., Владіміров В.М. Геометрія (профільний рівень) (підручник), 10 клас, Генеза, 2010
9. Бевз Г.П., Бевз В.Г. 5 Математика (підручник)* Зодіак-ЕКО, ВД «Освіта», 2005, 2011
10. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Алгебра (підручник), 7 клас, Зодіак-ЕКО, ВД «Освіта», 2007, 2011
11. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Алгебра (підручник), 8 клас, Зодіак-ЕКО, ВД «Освіта», 2007, 2011
12. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Алгебра (підручник), 9 клас, Зодіак – ЕКО, ВД «Освіта», 2009, 2011
13. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Геометрія: Підручник для 8 кл. середніх загальноосвітніх закладів. — К.: Вежа, 2008. — 256 с: іл.
14. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Математика (підручник), 6 клас, Генеза, 2006.
15. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Математика (рівень стандарту) (підручник), 11 клас, Генеза, 2011
16. Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владімірова Н.Г., Владіміров В.М. Геометрія (академічний, профільний рівень), 11 клас, Генеза, 2011
17. Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владімірова Н.Г. Геометрія (підручник), 7 клас, Вежа, 2008
18. Білянiна О.Я., Білянiна Г.І., Швець В.О. Геометрія (академічний рівень) (підручник), 10 клас, Генеза, 2010
19. Бурда М.І., Колесник Т.В., Мальований Ю.І., Тарасенкова Н.А. Математика (рівень стандарту) (підручник), 10 клас, Зодіак-ЕКО, 2010
20. Бурда М.І., Тарасенкова Н.А. Геометрія (підручник), 7 клас, Зодіак-ЕКО, 13 ВД «Освіта», 2007, 2011
21. Бурда М.І., Тарасенкова Н.А. Геометрія: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. - К.: Зодіак-ЕКО, 2008. - 240 с. : іл.
22. Бурда М.І., Тарасенкова Н.А. Геометрія (підручник), 9 клас, Зодіак – ЕКО, ВД «Освіта», 2009, 2011

23. Бурда М.І., Тарасенкова Н.А. Геометрія* (академічний рівень) (підручник), 10 клас, Зодіак-ЕКО, ВД «Освіта», 2010
24. Возняк Г.М., Литвиненко Г.М., Мальований Ю.І. Алгебра (підручник), 9 клас, Навчальна книга – Богдан, 2009
25. Єршова А.П., Голобородько В.В., Крижанівський О.Ф. Геометрія. 8 клас: Підруч. для загальноосвіт. навч. закл. — Х.: АН ГРО ПЛЮС, 2008. — 256 с; іл.
26. Єршова А.П., Голобородько В.В., Крижанівський О.Ф., Єршов С.В. Геометрія. 9 клас: Підруч. для загальноосвіт. навч. закл, Ранок, 2009
27. Істер О.С. Алгебра (підручник), 8 клас, Освіта 2007
28. Істер О.С. Алгебра.(підручник), 7 клас, Освіта, 2007
29. Істер О.С. Геометрія (підручник), 7 клас, Освіта, 2007
30. Кінащук Н.Л., Білянїна О.Я., Черевко І.М. Алгебра (підручник), 8 клас, Генеза 2008
31. Кравчук В.Р., Підручна М.В., Янченко Г.М. Алгебра (підручник), 9 клас, Підручники і посібники, 2009
32. Кравчук В.Р., Янченко Г.М. Алгебра (підручник), 7 клас, Підручники і посібники, 2007
33. Кравчук В.Р., Янченко Г.М. Математика (підручник), 5 клас, Підручники і посібники 2006
34. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра і початки аналізу * (академічний рівень) (підручник), 10 клас, Гімназія 2010
35. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра і початки аналізу (профільний рівень) (підручник), 10 клас, Гімназія, 2010
36. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія: Підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закладів. — Х.: Гімназія, 2009. — 208 с.
37. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра (підручник), 9 клас, Гімназія, 2008
38. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Геометрія (підручник), 9 клас, Гімназія, 2009
39. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика (підручник), 6 клас, Гімназія, 2006
40. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика, 5 клас, Гімназія, 2005
41. Нелін Є.П. Алгебра і початки аналізу, (профільний рівень) (підручник), 10 клас, Гімназія, 2010
42. Нелін Є.П. Алгебра і початки аналізу (академічний рівень) (підручник), 10 клас, Гімназія, 2010
43. Нелін Є.П., Долгова О.Є. Алгебра (академічний, профільний рівень) 14 (підручник), 11 клас, Гімназія, 2011
44. Янченко Г.М., Кравчук В.Р. Математика (підручник), 6 клас, Підручники і посібники,

Додаткова література

1. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 10–11 кл. серед. шк. / А.М. Колмогоров, О.М. Абрамов, Ю.П. Дудніцин та ін.; За ред. А.М. Колмогорова – К.:

- Рад. шк., 1992. – 350 с.
2. Бевз Г.П. Алгебра: Проб. підруч. для 7–9 кл. серед. шк. – 2 вид. – К.: Освіта, 1997. – 303 с.
 3. Вибрані питання елементарної математики / За ред. А.В. Скорохода. – К.: Вища школа, 1982. – 456с.
 4. Геометрія /за ред Г.Н. Яковлева. – К.: Вища школа, 1988
 5. Гусев В.А. Математика: Справочные материалы: Книга для учащихся / В.А. Гусев, А.Г. Мордкович. – М. Просвещение, 1988. – 416 с.
 6. Збірник задач з математики для вступників до вузу / В.К. Єгерев, В.В. Зайцев, Б.А. Кордемський та ін.; За ред. М.Л. Сканаві / Пер. з рос.: Є.В. Бондарчук, Ю.Ю. Костриця, Л.П. Оніщенко. – К.: Вища школа, 1992. – 145 с.
 7. Литвиненко І.М. Збірник задач для екзамену на атестат про середню школу / І.М. Литвиненко, Л.Я. Федченко, В.О. Швець. – Харків: ББН, 1999. – 169 с.
 8. Мазур К.Г. Тестові задачі з математики. Алгебра і початки аналізу: Навч. посіб. / К.Г. Мазур, О.К. Мазур, В.В. Ясінський. – К.: Фенікс, 2001. – 600с.
 9. Математика. Типові тестові завдання. Збірник / А.Р. Гальперін, О.Я. Михеев: Навч. посіб. – Х.: Факт, 2008.
 10. Погорелов А.В. Геометрія: Підруч. для 7–11 кл. серед. шк. – 2 вид. – К.: Освіта, 1992. – 352 с.
 11. Пособие по математике для поступающих в вузы / Под. ред. Г.Н. Яковлева. – М. Наука, 1982. – 602с.
 12. Практикум з розв'язання задач з математики / За заг. ред. В.І. Михайлівського. – К.: Вища школа, 1975. – 422с.